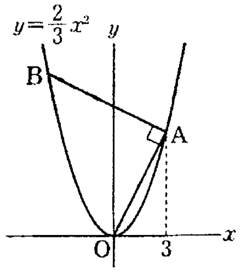
算数・数学の 知ってると得する解き方	担当:(ペンネーム) スピーチレク	作成年月日 平成24年　8月20日

問題（放物線(2)、中学3年）

右の図で、点A、Bは放物線　$y=\frac{2}{3}x^2$　上の点であり、OA⊥ABである。
点Aのx座標が3のとき、点Bの座標を求めよ。

（注）2つの直線 y = mx + n 、y = m'x + n' が直交するとき、
mm' = −1（傾きの積が −1 ）となることを利用する。



解答

この問題は通常、次のように解く。

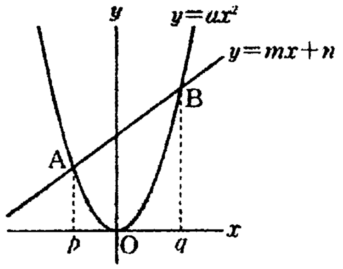
① 放物線　$y=\frac{2}{3}x^2$　上に点Aがあるので、点Aの座標は (3, 6)、直線OAの傾きは 2

② OA⊥ABより、直線OA、ABの傾きの積が −1 に等しいことから、直線ABの傾きは　$-\frac{1}{2}$

③ 直線ABは、傾き $-\frac{1}{2}$　、A (3, 6)を通ることから、直線ABの式は　$y=-\frac{1}{2}x+\frac{15}{2}$

④ 放物線　$y=\frac{2}{3}x^2$　、直線AB　$y=-\frac{1}{2}x+\frac{15}{2}$　の連立方程式を解いて、
点Bの座標は　$(-\frac{15}{4},\frac{75}{8})$

一般に、放物線　$y=ax^2$　上に2点A、Bがあり、点A、Bのx座標が
それぞれp、qであるとき、直線ABの傾き m は、次式で得られる。
m = a (p + q)　　　(1)
（「問題　放物線(1)」の解答欄参照）
この式は、4つのパラメータ m, a, p, q の関係を示す。
従って、a, p, q から m を求める場合だけでなく、一般に、
4つのパラメータの任意の3つから残りの1つを求める場合にも利用できる。



上の問題では、

$a=\frac{2}{3}$　　$p=3$　　が与えられ、OA⊥AB と 直線OAの傾き 2より、直線ABの傾き　$m=-\frac{1}{2}$

それらを式(1)に代入して、

$-\frac{1}{2}=\frac{2}{3}(3+q)$　　これより、　$q=-\frac{15}{4}$

q の値を放物線の式に代入して、点Bの座標　$(-\frac{15}{4},\frac{75}{8})$　が得られる。

※　通常の解き方の上記③④の計算（直線ABの式を求めて、放物線との連立方程式を解く）が、
式(1)を利用することによって省略できる。